

Profesor:
Jonathan Cumpa Velásquez

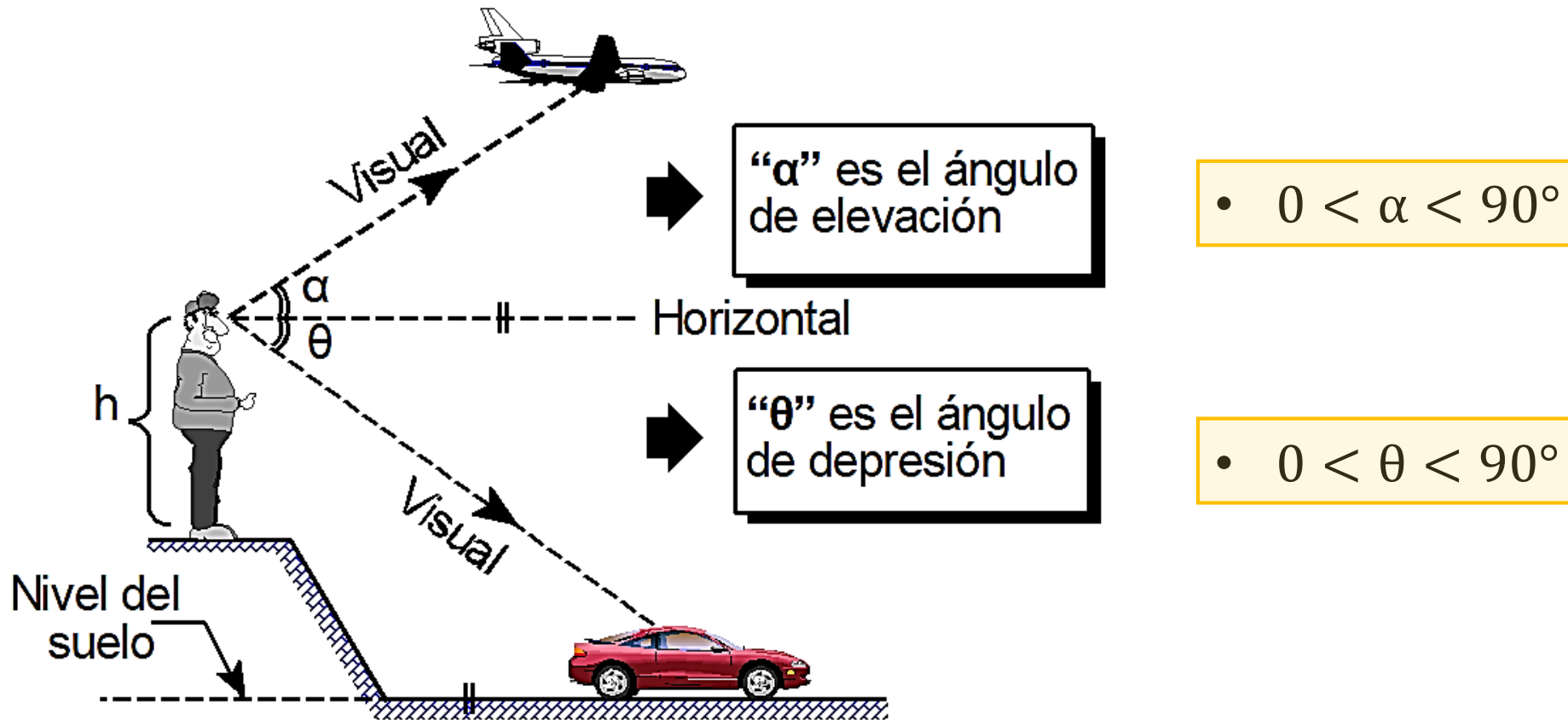


TRIGONOMETRÍA

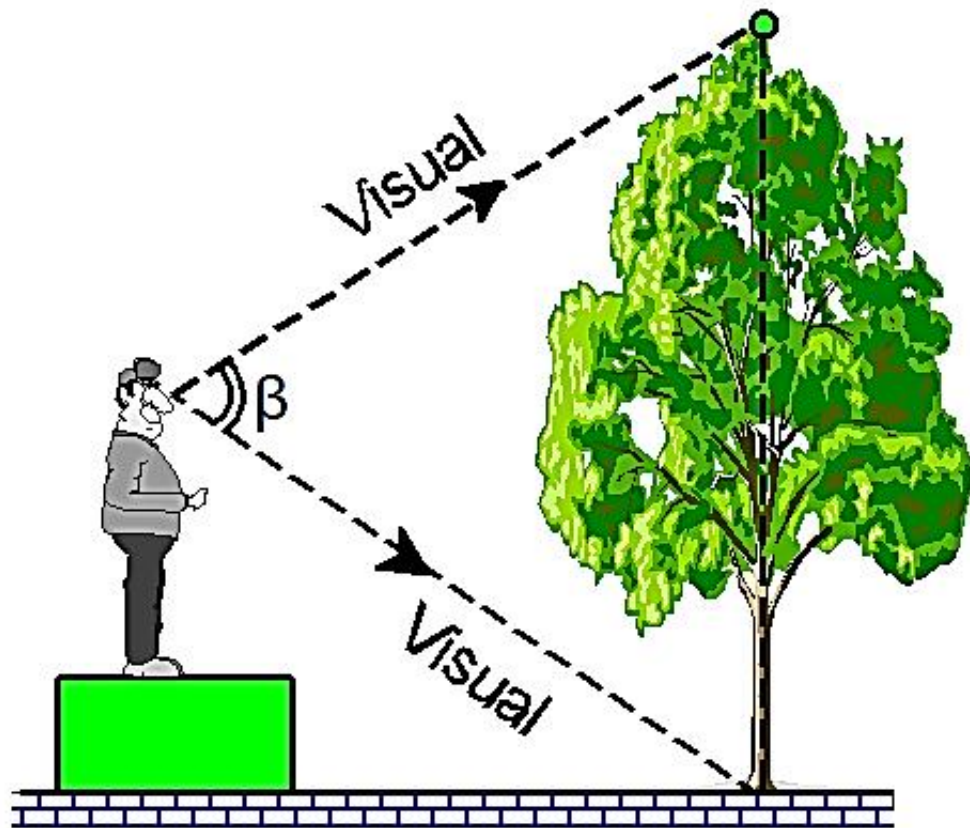
GRUPO PITÁGORAS

1.-ÁNGULOS VERTICALES

1.1-Ángulos de elevación y depresión :



1.2.-Ángulo de observación :



“β” es el ángulo de observación

- $0 < \beta < 180^\circ$

❖ CONSIDERACIONES

- 1) La estatura de las personas se deberá considerar hasta sus ojos.
- 2) Toda persona u objeto que posea una altura, será considerada perpendicular al nivel del suelo, a no ser que se indique otra situación.
- 3) De no indicarse desde qué altura se realiza la observación y no siendo esta altura la incógnita del problema, se deberá considerar que se está observando desde un punto del suelo.

1.3.-Ejemplo

1. Jaime observa un monumento que se encuentra sobre un altar con un ángulo de $47^{\circ}30'$. Si la distancia visual a la parte superior del altar mide $7\sqrt{5}$ m, calcular la altura del monumento, sabiendo que el ángulo de elevación con que observa Jaime a la parte superior del monumento mide 74° .

A) 32 m

B) 35 m

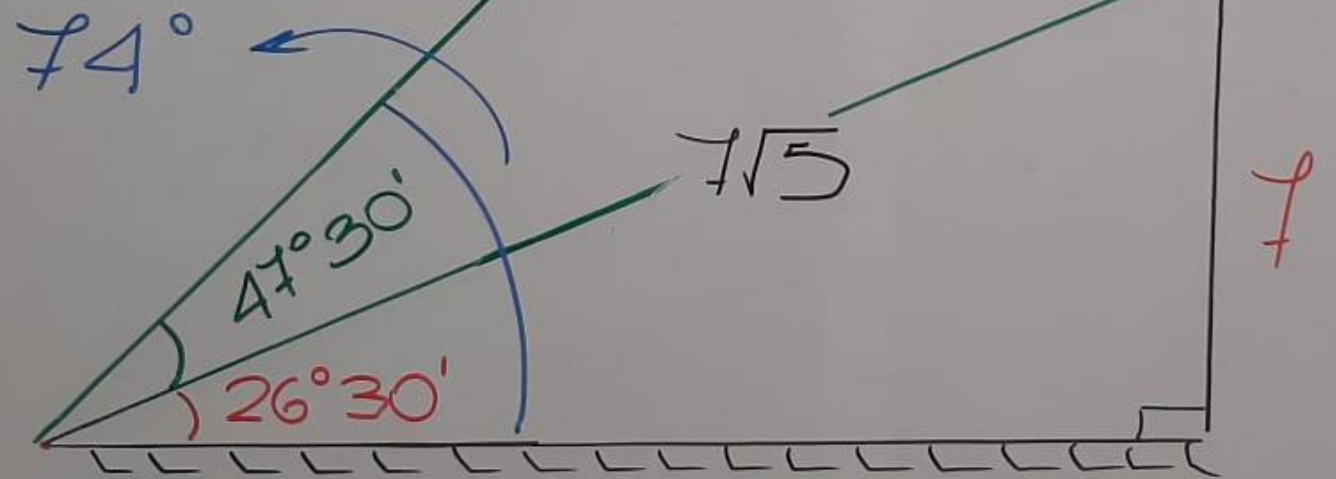
C) 41 m

D) 52 m

E) 60 m

$$h + f = 48$$

$$h = 41 \text{ m}$$



48

f

51

$41^\circ 30'$

$26^\circ 30'$

16°

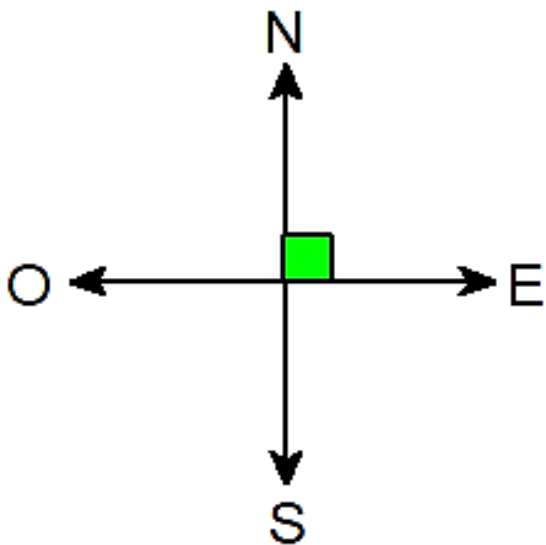
h

14

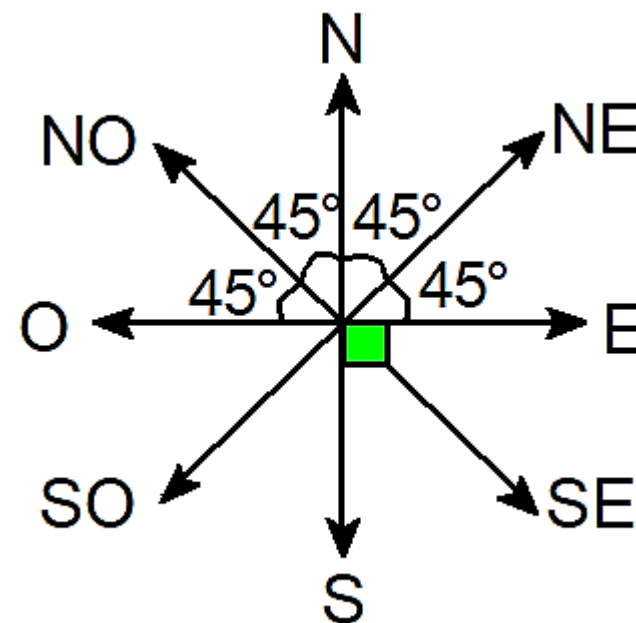
Jaimé

2.-ÁNGULOS HORIZONTALES

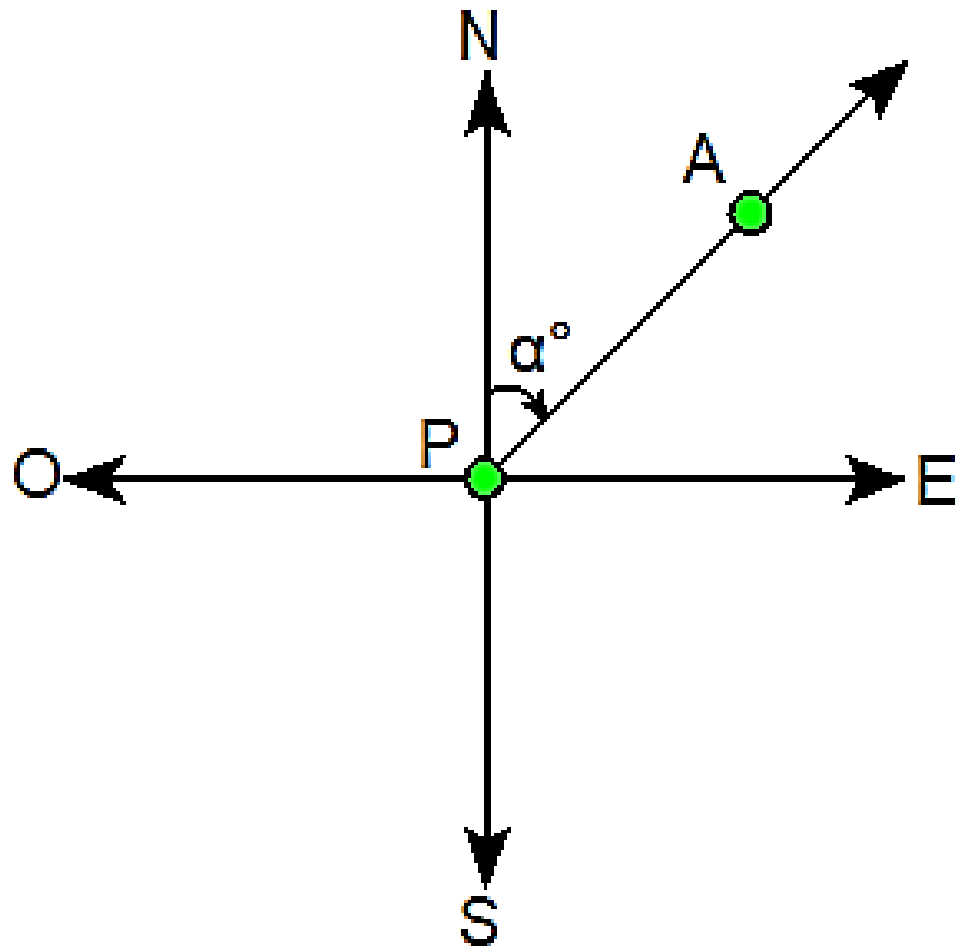
- DIRECCIONES PRINCIPALES**



- DIRECCIONES SECUNDARIAS**



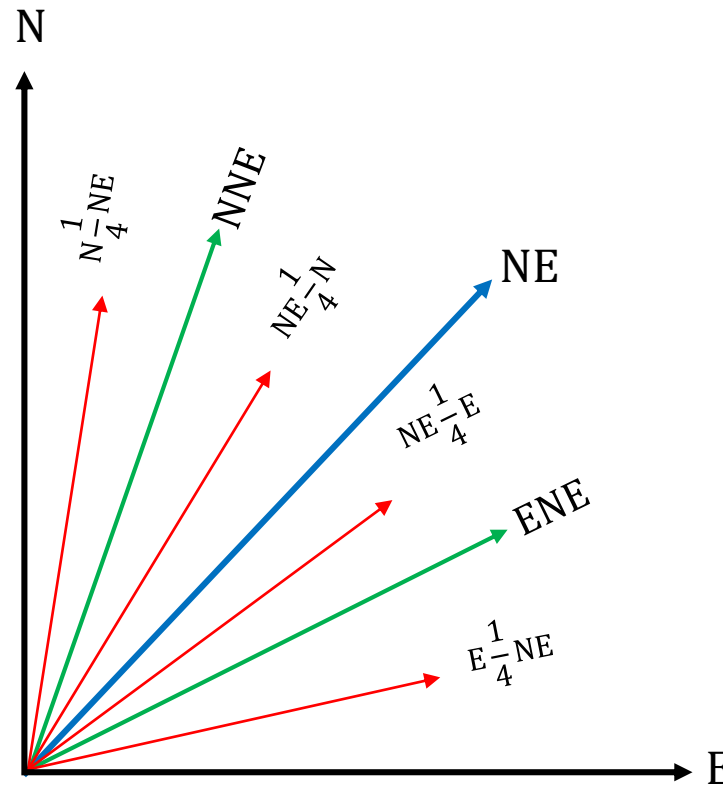
2.1.-Rumbos y direcciones:



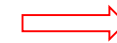
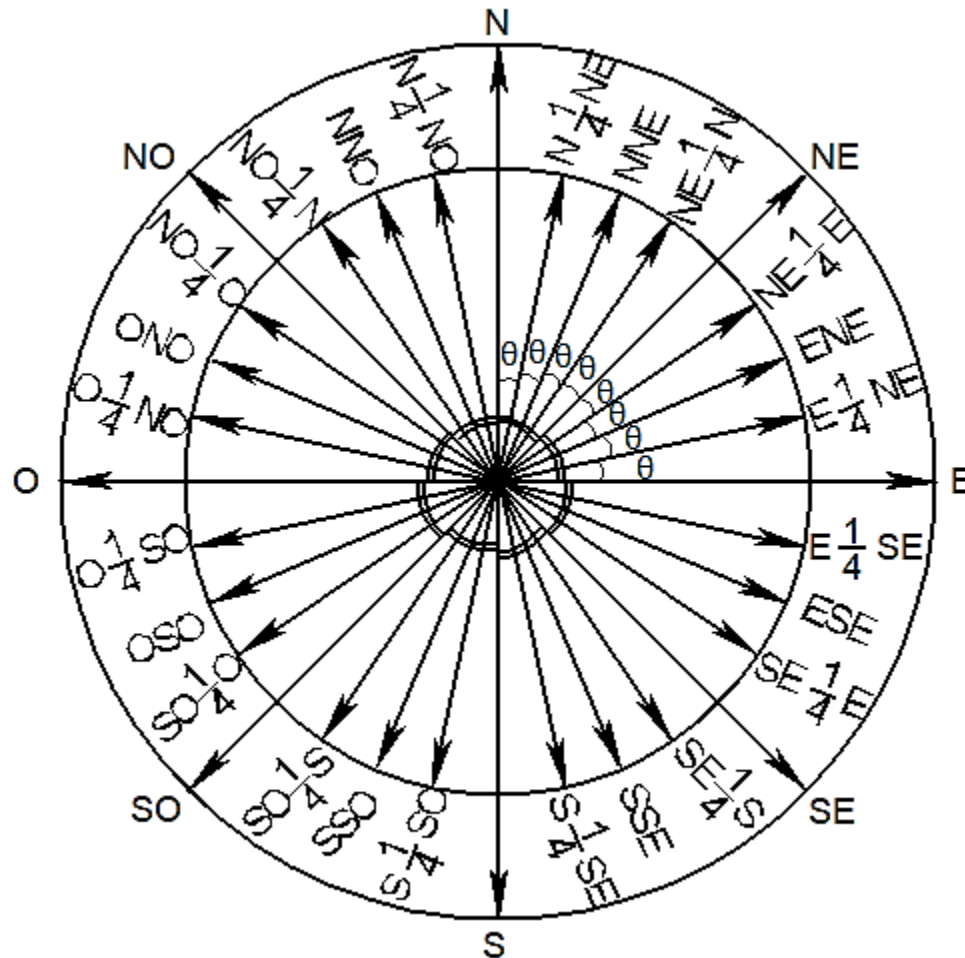
➡ La dirección de "A" con respecto a "P" es $N\alpha^\circ E$ (norte α° este).

➡ El rumbo de "A" con respecto a "P" es α° al este del norte.

2.3.-Rosa Náutica:



2.3.-Rosa Náutica:



$$m\angle\theta = 11^{\circ}15'$$

2.4.-Ejemplo

Si A observa a B al $N\theta E$ a una distancia L y B observa a C al $N2\theta E$ a una distancia también igual a L , ¿en qué dirección observa C al punto A?

A) $S\theta O$

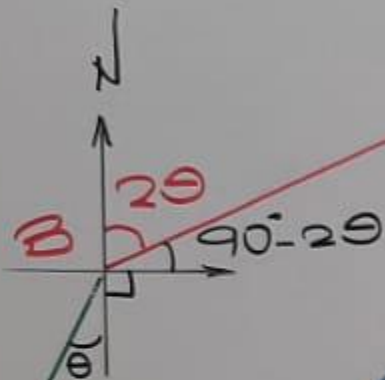
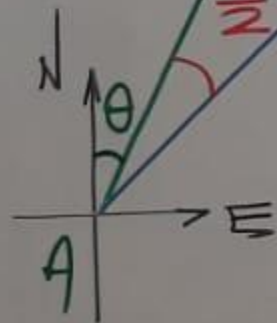
B) $S\frac{3\theta}{2} O$

C) $S2\theta O$

D) $S\frac{\theta}{2} O$

E) $S2\theta E$

N θ E



N 2θ E



Dirección:
S x O

Del gráfico:

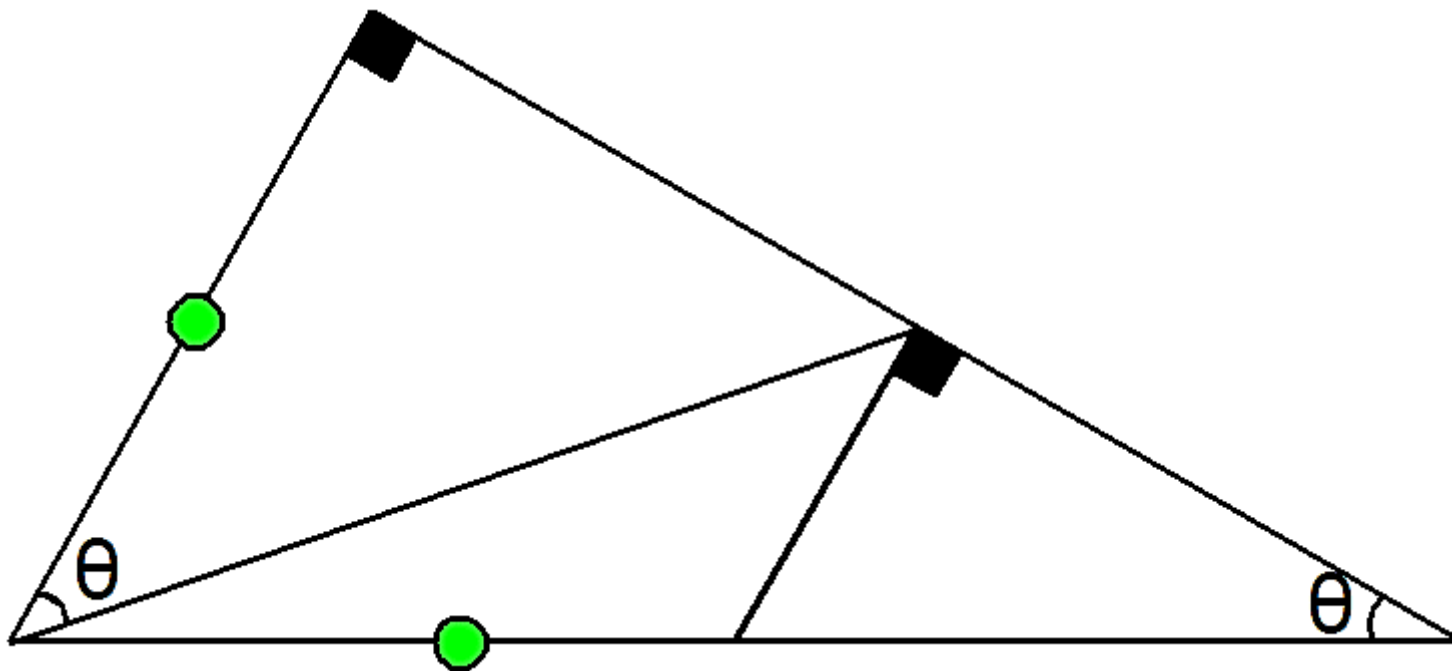
$$x + \frac{\theta}{2} = 2\theta$$

$$\Rightarrow x = \frac{3\theta}{2}$$

$$\therefore \text{S } \left(\frac{3\theta}{2}\right) \text{O}$$

❖ PROBLEMAS ADICIONALES

1) Del grafico, hallar: $\cos^2 \theta - \sin \theta$



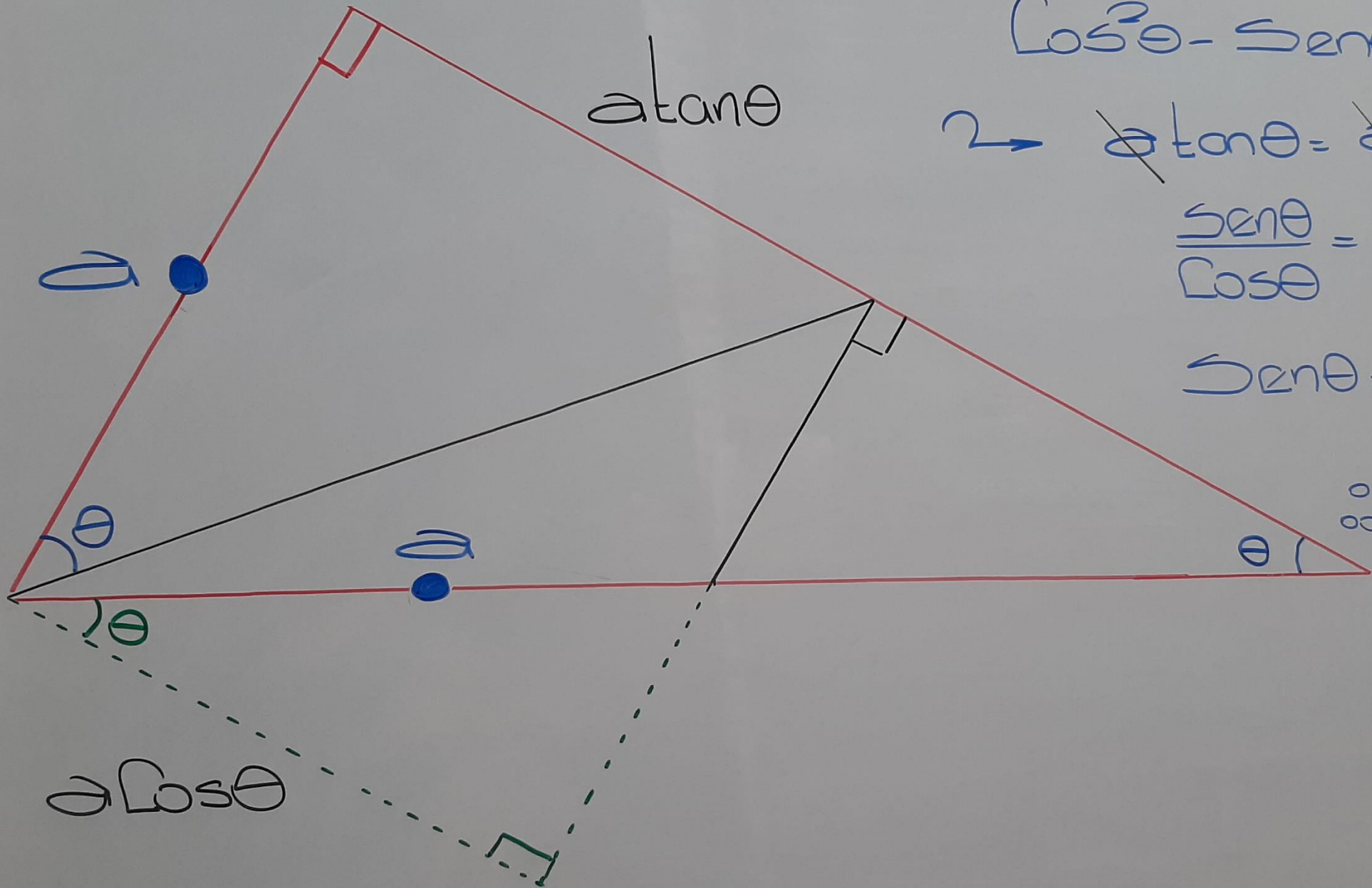
A) 0

B) $\frac{1}{2}$

C) 1

D) $\frac{3}{5}$

E) $\sqrt{2}$



$$\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = ?$$

$$\rightarrow \cancel{a \tan \theta} = \cancel{a \cos \theta}$$

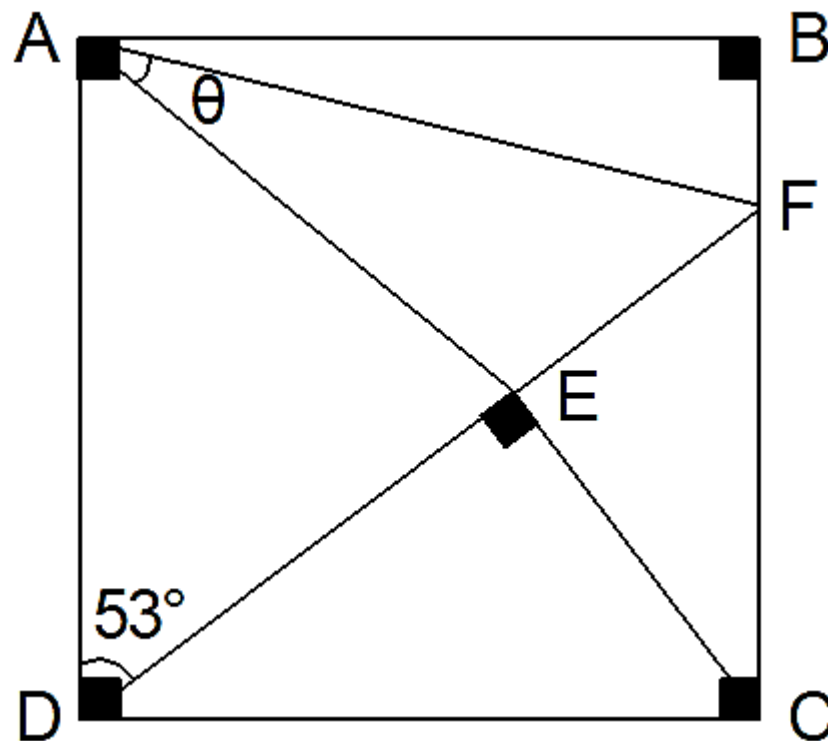
$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \cos \theta$$

$$\sin \theta = \cos^2 \theta$$

$$\therefore \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 0$$

❖ PROBLEMAS ADICIONALES

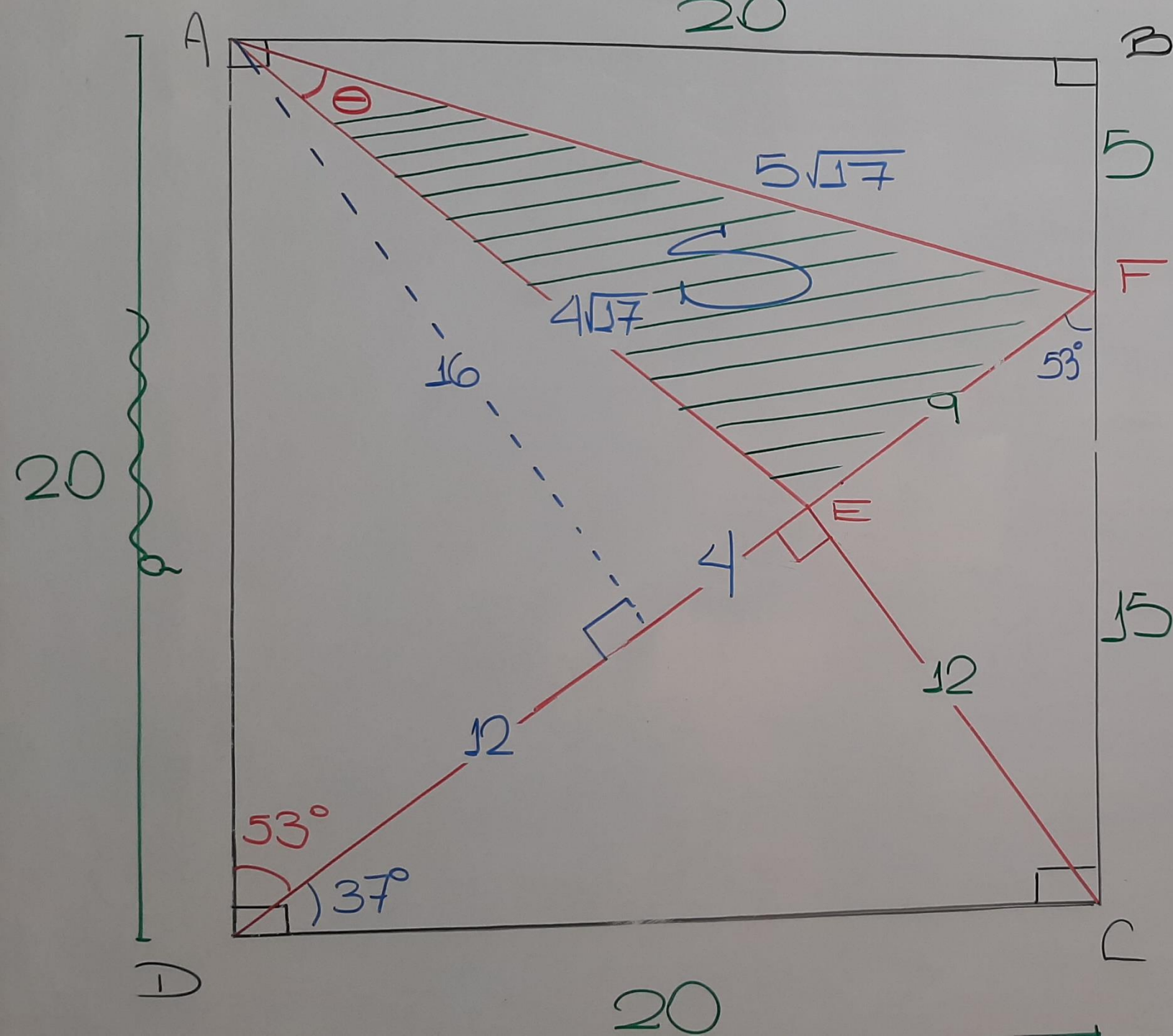
2) Siendo ABCD un cuadrado, calcular "Sen θ ":



A) $\frac{12}{13}$
D) $\frac{41}{92}$

B) $\frac{45}{83}$
E) $\frac{36}{85}$

C) $\frac{27}{37}$



$$\sin \theta = ?$$

$$EC = 12$$

$$S = S_{\triangle AEF}$$

$$S_{\triangle AEF} = S_{\triangle BEF}$$

$$\frac{4\sqrt{17} \cdot 5\sqrt{17} \cdot \sin \theta}{2} = \frac{9 \cdot 16}{2}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{36}{85}$$

❖ PROBLEMAS ADICIONALES

3) En un triángulo rectángulo BAC ($AB=c$, $AC=b$, $CB=a$) el lado “c” es media proporcional entre los otros dos lados, además se cumple:

$$\tan(x) = \sin^2 B + \frac{\sqrt{5} - 1}{2} + 1 + \sqrt{3}$$

Calcule la medida del ángulo “x”, en rad.

A) $\frac{\pi}{4}$

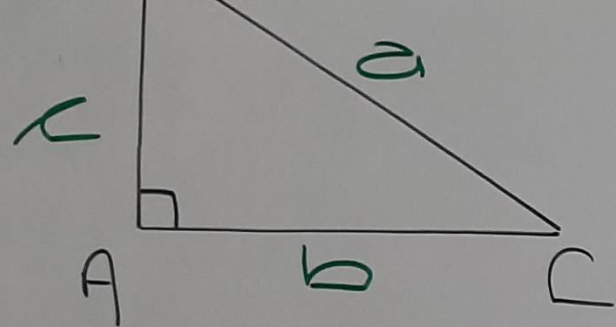
B) $\frac{\pi}{10}$

C) $\frac{\pi}{12}$

D) $\frac{3\pi}{10}$

E) $\frac{5\pi}{12}$

c : Medio proporcional



$$\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$$

$$ab = c^2$$

Se sabe:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 - b^2 = c^2$$

$$\frac{a^2}{a^2} - \frac{b^2}{a^2} = \frac{c^2}{a^2}$$

$$1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{c^2}{a^2}$$

$$1 - \eta^2 = \eta$$

$$\frac{1}{4} + 1 = \eta^2 + \eta + \frac{1}{4}$$

$$\eta = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$\tan x = \frac{\sqrt{5}-1}{2} + 1 + \sqrt{3}$$

Reemp:

$$\tan x = \underbrace{\left(\frac{b}{a}\right)^2}_{\eta} + \frac{\sqrt{5}-1}{2} + 1 + \sqrt{3}$$

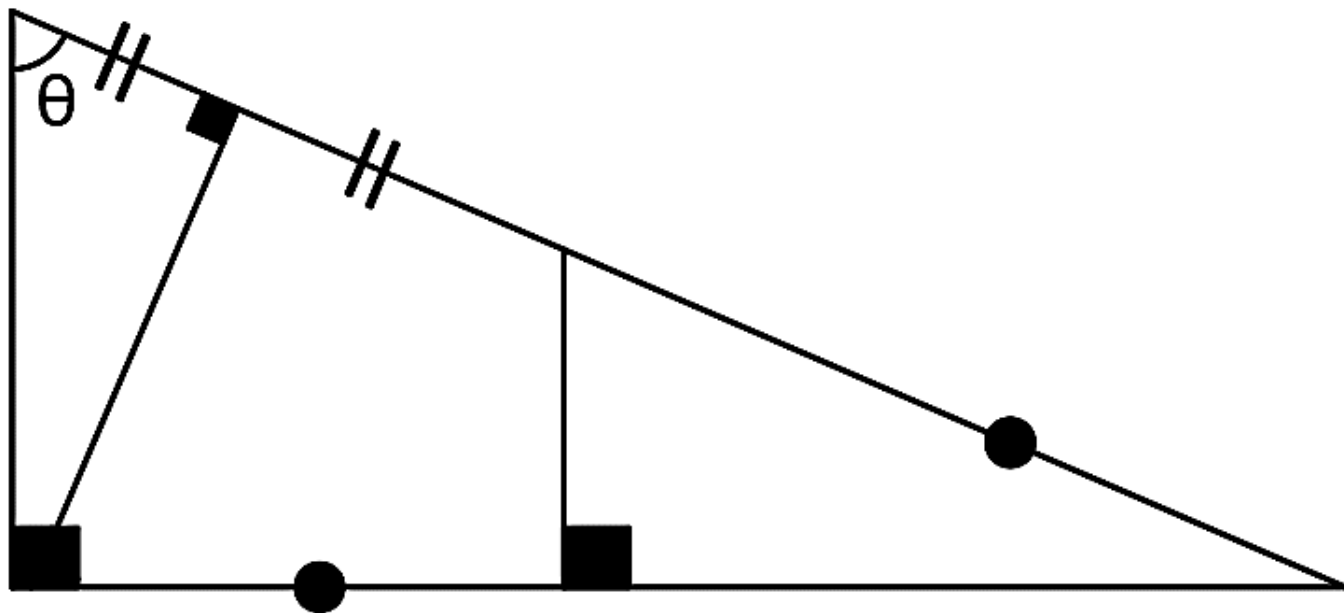
$$\rightarrow \tan x = \eta^2 + \eta + 1 + \sqrt{3}$$

$$\tan x = 1 + 1 + \sqrt{3} \rightarrow \tan x = 2 + \sqrt{3}$$

$$\therefore x = 75^\circ \rightarrow \frac{5\pi}{12} \text{ rad}$$

❖ PROBLEMAS ADICIONALES

4) Del grafico, calcular: $K = \tan^2 \theta - 2 \sin \theta$



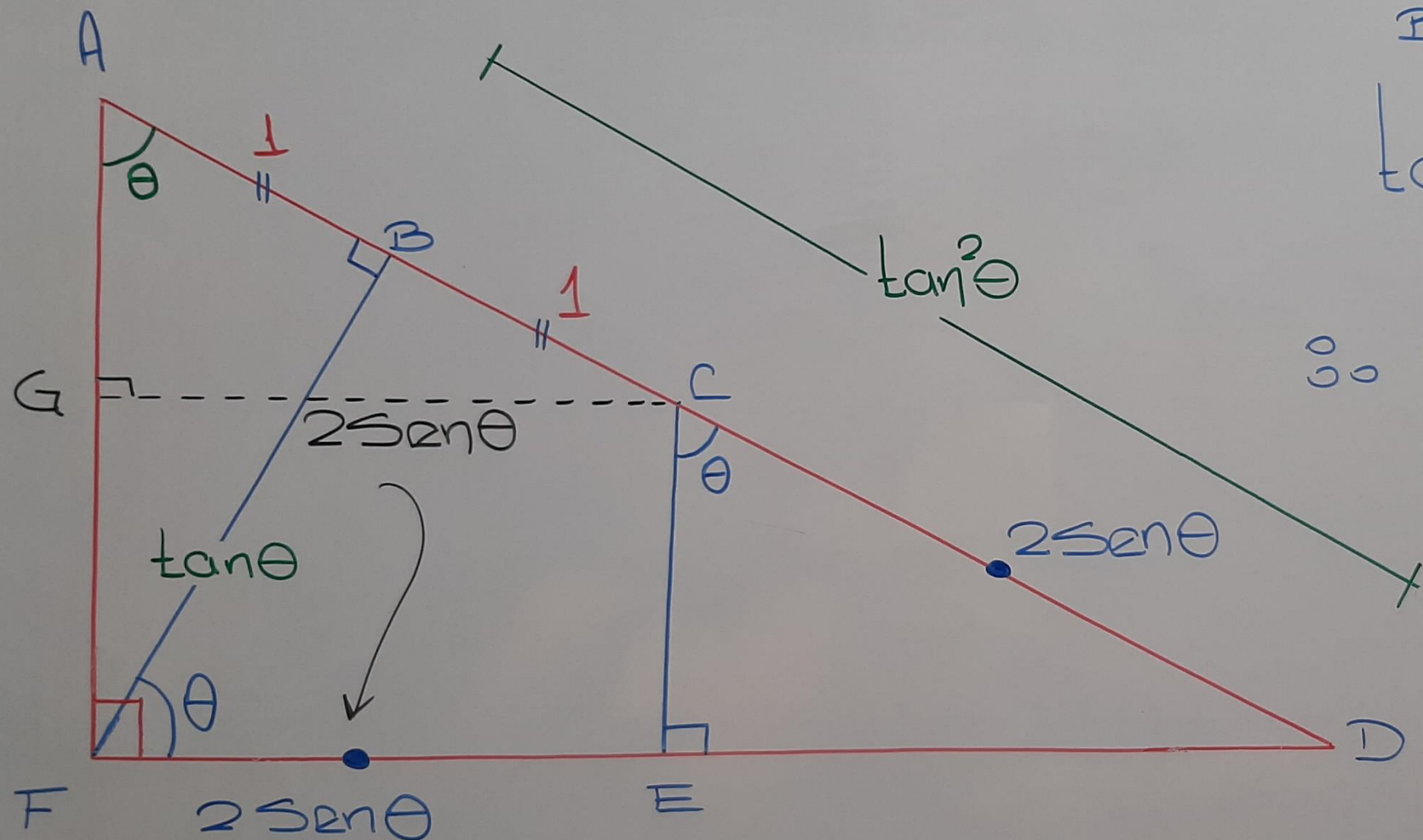
A) 0

D) 3

B) 1

E) -1

C) 2



Del gráfico:

$$BD - CD = 1$$

$$\tan^2 \theta - 2 \sin \theta = 1$$

$$\text{so } K = \tan^2 \theta - \sin \theta = 1$$

$$\triangle FBD: BD = \tan^2 \theta$$